

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

## ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΣΩΜΑΤΟΣ ΣΕ ΠΛΑΓΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ – ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΤΡΙΒΗΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ

[Π. Μουρούζης, Γ. Παληός, Κ. Παπαμιχάλης, Γ. Τουντουλίδης, Τζ. Τσιτοπούλου, Ι. Χριστακόπουλος]

### Για τον καθηγητή

#### ► Στόχοι

Οι μαθητές να αποκτήσουν τις ακόλουθες δεξιότητες:

1. Να σχεδιάζουν πειραματική διάταξη με τη βοήθεια της οποίας να μπορούν να προσδιορίζουν το συντελεστή τριβής μεταξύ δύο επιφανειών, όταν η μια κινείται σε σχέση με την άλλη:
  - α) με σταθερή ταχύτητα
  - β) με σταθερή επιτάχυνση
2. Να μετρούν την γωνία κλίσης κεκλιμένου επιπέδου.
3. Να περιγράφουν πως λαμβάνεται η πειραματική καμπύλη θέσης – χρόνου σώματος, χρησιμοποιώντας σύστημα συγχρονικής λήψης και απεικόνισης (ΣΣΛΑ).
4. Από την πειραματική καμπύλη θέσης – χρόνου να υπολογίζουν την επιτάχυνση του σώματος.
5. Να προσδιορίζουν το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κεκλιμένου επιπέδου και σώματος: όταν το σώμα κινείται ως προς την επιφάνεια:
  - α) σε συνάρτηση με την ελάχιστη γωνία του κεκλιμένου επιπέδου για την οποία το σώμα κινείται, όταν κινείται με σταθερή ταχύτητα σε σχέση με το κεκλιμένο επίπεδο
  - β) σε συνάρτηση με την επιτάχυνση του σώματος και την γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου όταν κινείται με σταθερή επιτάχυνση σε σχέση με το κεκλιμένο επίπεδο
6. Να συγκρίνουν τις τιμές του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου, που προέκυψαν με τις δύο πειραματικές διαδικασίες και από τη σύγκριση αυτή να αξιολογούν: α) τις υποθέσεις που προσδιορίζουν το θεωρητικό μοντέλο που χρησιμοποίησαν για τους υπολογισμούς τους και β) την αξιοπιστία των οργάνων και των υλικών που απαρτίζουν την πειραματική διάταξη.

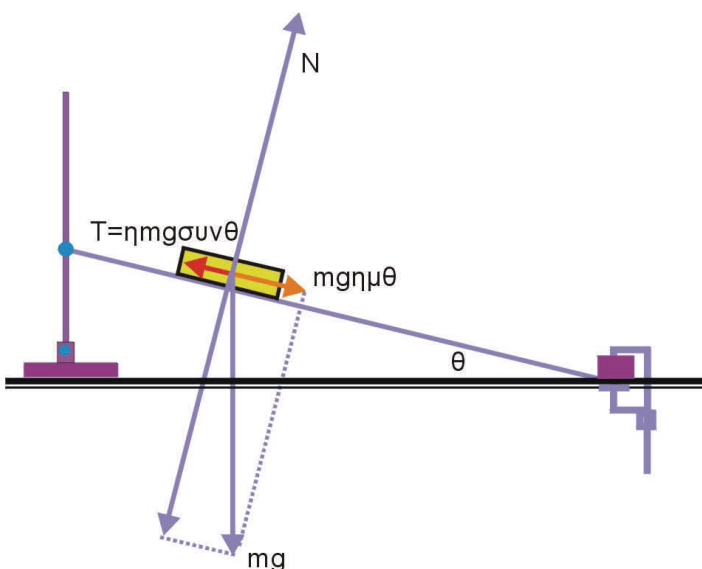
#### ► Θεωρητικές επισημάνσεις

Σε αυτή την εργαστηριακή άσκηση θα μελετήσουμε την κίνηση ενός αμαξιδίου (χωρίς ρόδες), μάζας  $m$ , που ολισθαίνει κατά μήκος πλάγιας επίπεδης σανίδας. Η πλάγια σανίδα σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία κλίσης  $\theta$  (εικόνα 1).

Όταν αφήσουμε το αμαξίδιο πάνω στην πλάγια σανίδα να κινηθεί, πάνω του ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Το βάρος του  $mg$ .
- Η αντίδραση της επιφάνειας της σανίδας, που αναλύεται σε δύο κάθετες συνιστώσες: Στη δύναμη  $N$ , που είναι κάθετη στην επιφάνεια και στην τριβή ολίσθησης  $T$ , που είναι παράλληλη με την επιφάνεια και έχει κατεύθυνση αντίθετη της ταχύτητας του αμαξιδίου.

Υποθέτουμε ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα σε σχέση με τη δύναμη της τριβής ολίσθησης.



Εικόνα 1

$$\sum F_x = m \cdot a \quad \text{ή} \quad m \cdot g \cdot \eta\mu\theta - T = m \cdot a$$

$$\sum F_y = 0 \quad \text{ή} \quad N = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$$

$$\text{και} \quad T = \mu N$$

Από τις προηγούμενες σχέσεις προκύπτει:

$$m g \eta\mu\theta - \mu m g \sigma\upsilon\nu\theta = m a$$

$$\text{ή} \quad \mu g \sigma\upsilon\nu\theta = g \eta\mu\theta - a \quad \text{οπότε:}$$

$$\boxed{\mu = \varepsilon\phi\theta - \frac{a}{g\sigma\upsilon\nu\theta}} \quad (1)$$

όπου  $g$  είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας ( $g=9,8\text{m/s}^2$ ).

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι η επιτάχυνση του αμαξιδίου είναι σταθερή. Επομένως, αν η αρχική του ταχύτητα είναι μηδέν, η κίνησή του θα είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη. Επιπλέον, από τη σχέση (1) μπορούμε να υπολογίσουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης σε συνάρτηση με την επιτάχυνση του αμαξιδίου:

### Διερεύνηση της σχέσης (1):

A) Όταν η γωνία  $\theta$  έχει ελάχιστη τιμή ( $\theta_{\min.}$ ), ώστε το αμαξίδιο να κινείται με σταθερή ταχύτητα όταν του προσδώσουμε ελαφρά ώθηση, τότε η επιτάχυνσή του είναι μηδενική. Στην περίπτωση αυτή η σχέση (1) παίρνει τη μορφή:

$$\mu = \varepsilon\phi\theta_{\min} \quad (2)$$

Έτσι αν μετρήσουμε τη γωνία  $\theta_{\min.}$ , μέσω της σχέσης (2), μπορούμε να υπολογίσουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$ .

B) Όταν η γωνία κλίσης  $\theta$  είναι μεγαλύτερη της ελάχιστης ( $\theta > \theta_{\min.}$ ), τότε το αμαξίδιο θα κινηθεί κατά μήκος του πλάγιου επιπέδου με σταθερή επιτάχυνση  $a$ . Αν μετρήσουμε την επιτάχυνση  $a$ , και τη γωνία  $\theta$ , τότε μέσω της σχέσης (1), μπορούμε να υπολογίσουμε το συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$ .

Η θέση του αμαξιδίου κατά την ομαλά μεταβαλλόμενη καθοδική του κίνηση στο κεκλιμένο επίπεδο προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$x = x_0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_0)^2 \quad (3)$$

### Πειραματικός προσδιορισμός της επιτάχυνσης του αμαξιδίου

Χρησιμοποιούμε τον αισθητήρα θέσης του ΣΣΛΑ και καταγράφουμε την απόσταση (θέση)  $x$  του αμαξιδίου από τον αισθητήρα, σε διάφορες χρονικές στιγμές, σύμφωνα με τις ρυθμίσεις του συστήματος.

Έστω ότι το αμαξίδιο αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή  $t=t_0$ , από τη θέση  $x_0$  (απόσταση  $x_0$  από τον αισθητήρα). Αφού κινείται με σταθερή επιτάχυνση  $a$ , η θέση του τη χρονική στιγμή  $t$ , δίνεται από τη σχέση:

Από το γράφημα θέσης – χρόνου που λαμβάνουμε από το ΣΣΛΑ, μπορούμε να υπολογίσουμε το συντελεστή  $a$  της σχέσης (3), δηλαδή την επιτάχυνση του αμαξιδίου. Έτσι, μετρώντας και τη γωνία κλίσης  $\theta$  της πλάγιας σανίδας, μπορούμε να υπολογίσουμε πειραματικά το συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$ , σύμφωνα με τη σχέση (1).

**Συμπέρασμα:** Από τη διερεύνηση της σχέσης (1) προέκυψε ότι μπορούμε να υπολογίσουμε πειραματικά το συντελεστή τριβής ολίσθησης ( $\mu$ ) με δύο διαφορετικές διαδικασίες:

A) Μέσω της μέτρησης της ελάχιστης γωνίας  $\theta_{\min}$ .

B) Μέσω της μέτρησης της επιτάχυνσης του αμαξιδίου, όταν η γωνία κλίσης του πλάγιου επιπέδου είναι μεγαλύτερη της ελάχιστης.

Αν το θεωρητικό μας μοντέλο περιγράφει ικανοποιητικά το παρατηρούμενο φαινόμενο της κίνησης του αμαξιδίου πάνω στην πλάγια σανίδα, και εφόσον η πειραματική μας διάταξη ικανοποιεί τις απαιτήσεις του μοντέλου, οι δύο τιμές του συντελεστή τριβής ολίσθησης πρέπει να είναι (σχεδόν) ίσες. Η όποια διαφορά τους θα οφείλεται:

α) σε σφάλματα μέτρησης,

β) σε ατέλειες της πειραματικής διάταξης (για παράδειγμα, η σανίδα μπορεί να παρουσιάζει καμπυλότητα, η επιφάνειά της να παρουσιάζει ανομοιογενείς ανωμαλίες, κλπ).

### ► Απαιτούμενα όργανα και υλικά

- 1) Αμαξίδιο εργαστηρίου από το οποίο αφαιρούμε το σύστημα των τροχών, ή ορθογώνιο ξύλινο παραλληλεπίπεδο ανάλογων διαστάσεων.
- 2) Επίπεδη, λεία σανίδα μήκους περίπου 1m, για παράδειγμα η επιφάνεια ενός θρανίου.
- 3) Μεταλλική βάση στήριξης, σύνδεσμοι, μεταλλικές ράβδους 1m και 0,4m, σφιγκτήρες
- 4) Μετροταινία.
- 5) Αλφάδι εργαστηρίου με μοιρογνωμόνιο (όχι απαραίτητο).
- 6) Σύστημα συγχρονικής λήψης και απεικόνισης DBLab, με αισθητήρα θέσης.
- 7) Η/Υ με το λογισμικό του DBLab της Fourier.

α) **Επισημάνσεις για τη συναρμολόγηση της πειραματικής διάταξης.**

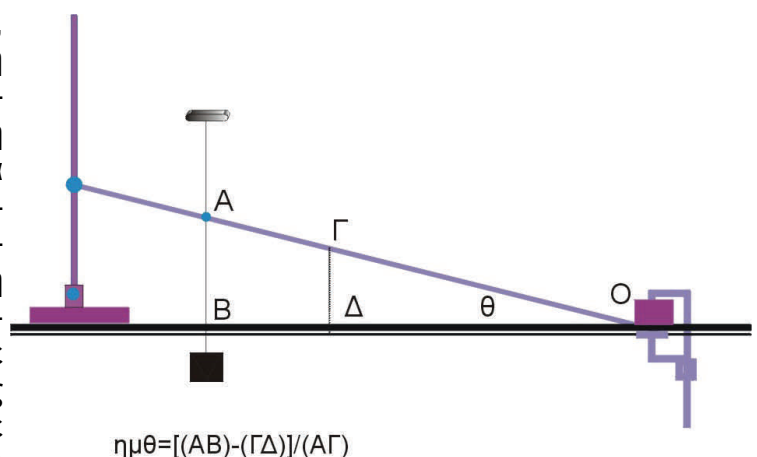
β) **Ρυθμίσεις του συστήματος DBLAB 3.2**

γ) **Λήψη των μετρήσεων.**

### ► Πειραματική δραστηριότητα A

1. Συναρμολογήστε πειραματική διάταξη παρόμοια με αυτή που εικονίζεται σχηματικά στην εικόνα 1. Ως πλάγιο επίπεδο χρησιμοποιήστε την επιφάνεια ενός θρανίου. Ως κινούμενο σώμα κατά μήκος του πλάγιου επιπέδου χρησιμοποιήστε ένα σανίδι σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου διαστάσεων (περίπου) 20cmx10cmx8cm με ομοιογενείς επιφάνειες. Ακινητοποιήστε το κάτω άκρο της σανίδας με σφιγκτήρες πάνω στον πάγκο. [Αν δεν διαθέτετε ορθοστάτες για να στηρίξετε το υπερυψωμένο άκρο της σανίδας, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μια καρέκλα]. Ακινητοποιήστε το κάτω άκρο της κεκλιμένης σανίδας στον τοίχο ή σε σταθερό βαρύ αντικείμενο. Για να πετύχετε τις επιθυμητές κλίσεις, ίσως χρειαστεί να ανυψώσετε το κάτω άκρο της με τη βοήθεια μερικών βιβλίων ή σανιδιών]

2. Ρυθμίστε τη θέση της πλάγιας σανίδας, ώστε να σχηματίζει γωνία μικρότερη των 10 μοιρών με το οριζόντιο επίπεδο. Τοποθετήστε το αμαξίδιο πάνω στη σανίδα. Αυξήστε σταδιακά τη γωνία κλίσης μέχρις ότου πετύχετε το αμαξίδιο να κινείται αργά, όταν το σπρώχνετε ελαφρά προς τη χαμηλότερη άκρη της πλάγιας σανίδας. Τότε, η γωνία κλίσης του πλάγιου επιπέδου είναι ίση με την ελάχιστη γωνία ( $\theta_{\min}$ ) της σχέσης (2). Μετρήστε τη γωνία κλίσης  $\theta_{\min}$ , με το αλφάδι του σχολικού εργαστηρίου (που φέρει και μοιρογνωμόνιο).



Εικόνα 2

Αν δεν διαθέτετε αλφάδι, μετρήστε με τη μετροταινία την υψομετρική διαφορά δύο σημείων Α και Γ της πλευράς (πλάγια άκρη) της σανίδας και τη μεταξύ τους απόσταση. Για να βρείτε την υψομετρική διαφορά των Α και Γ μετρήστε τις αποστάσεις τους (ΑΒ) και (ΓΔ) από το (οριζόντιο) πάτωμα της αίθουσας (εικόνα 2). Ο λόγος της υψομετρικής διαφοράς ((ΑΒ)-(ΓΔ)) τους προς τη μεταξύ τους απόσταση (ΑΓ) ισούται με το ημίτονο της γωνίας κλίσης της σανίδας. Φροντίστε τα δύο σημεία να βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στην περιοχή κίνησης του αμαξιδίου.

- Επαναλάβετε τη μέτρηση της οριακής γωνίας 5 φορές. Καταγράψτε τις τιμές της στον πίνακα Α και υπολογίστε τη μέση τιμή της.

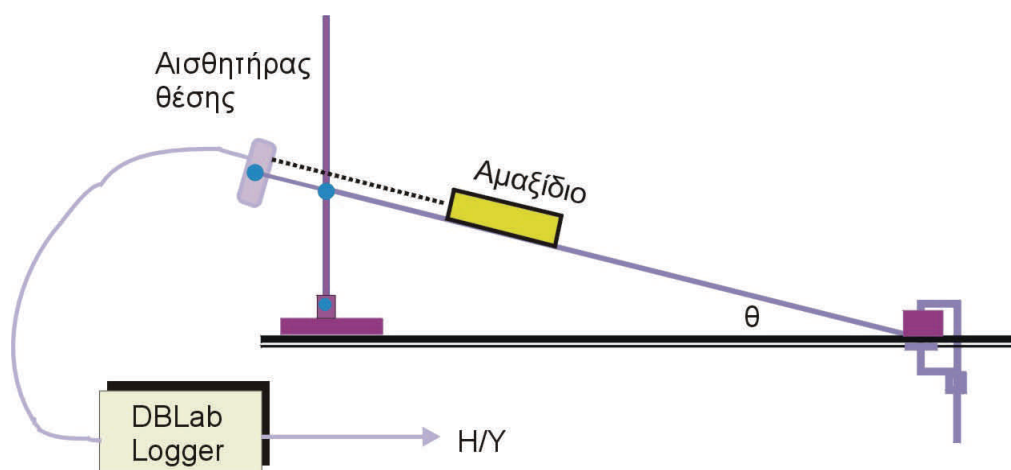
ΠΙΝΑΚΑΣ Α						
$\theta_{\min}$ (μοίρες)						Μέση τιμή της $\theta_{\min}$ (μοίρες)
						$\theta_{\min} =$

- Υπολογίστε το συντελεστή τριβής ολίσθησης εφαρμόζοντας τη σχέση (2).

$$\mu = \underline{\hspace{2cm}}$$

### ► Πειραματική δραστηριότητα Β

- Συνδέστε τον καταγραφέα (logger) του ΣΣΛΑ DBLab (σε κατάσταση OFF) με υπολογιστή, στον οποίο έχει εγκατασταθεί το λογισμικό του συστήματος. Συνδέστε τον αισθητήρα θέσης στην πρώτη υποδοχή αισθητήρων του καταγραφέα.
- Στερεώστε τον αισθητήρα θέσης πάνω στο πλάγιο επίπεδο, ώστε η επιφάνειά του, που εκπέμπει το ηχητικό σήμα, να είναι κάθετη στον άξονα πάνω στον οποίο κινείται το αμαξίδιο (εικόνα 3). Φροντίστε ώστε η ελάχιστη απόσταση του αμαξιδίου από τον αισθητήρα να είναι πάντοτε μεγαλύτερη των 40cm.



Εικόνα 3

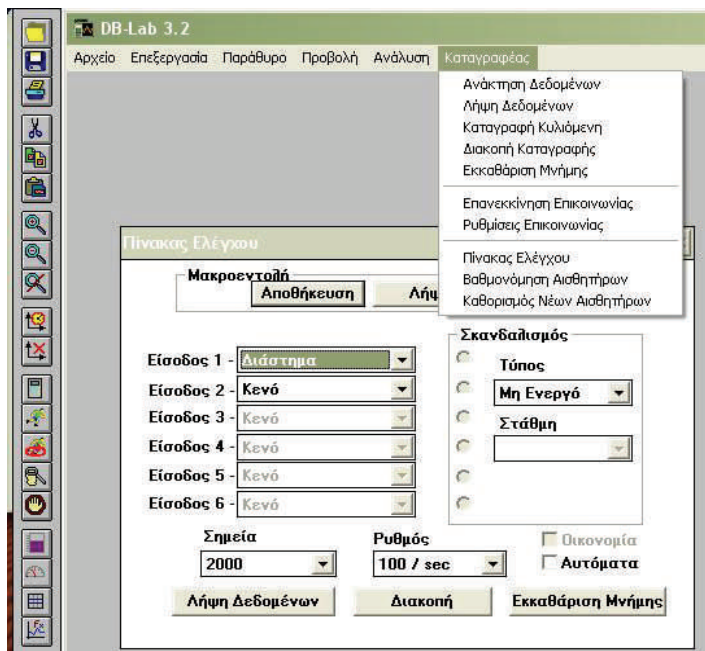
- Ρυθμίστε τη θέση της πλάγιας σανίδας ώστε η γωνία κλίσης  $\theta$  να είναι μεγαλύτερη της ελάχιστης (για παράδειγμα, αν η ελάχιστη γωνία είναι 16 μοίρες, ρυθμίστε τη γωνία κλίσης γύρω στις 20-22 μοίρες). Μετρήστε τη γωνία κλίσης με τη διαδικασία που αναφέρεται στο βήμα 2. Σημειώστε την τιμή της:

$$\theta = \underline{\hspace{2cm}}$$

8. Φροντίστε ώστε η συνολική μετατόπιση του αμαξιδίου κατά την κίνησή του, να μην υπερβαίνει τα 35-40cm.

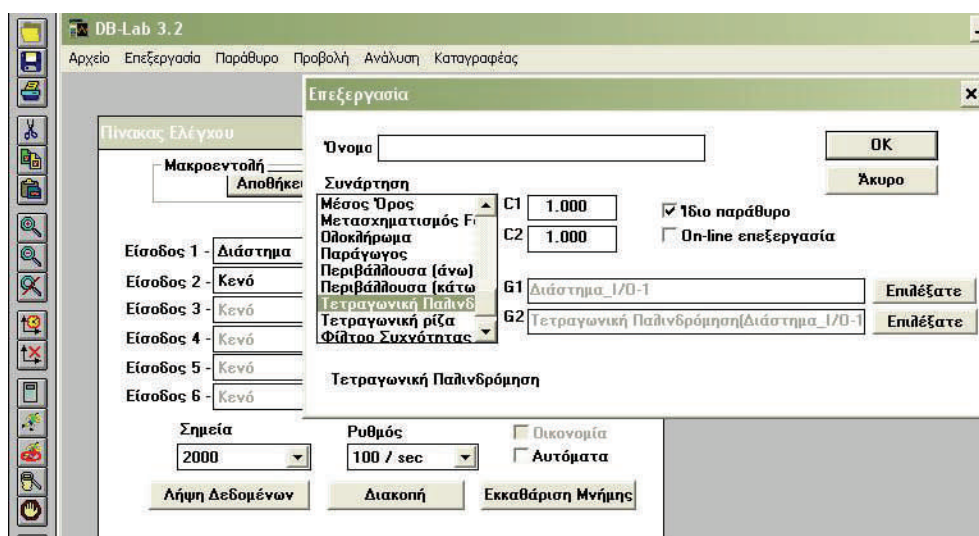
### Ρυθμίσεις του συστήματος DBLAB 3.2

9. Ενεργοποιήστε τον καταγραφέα και αφού ολοκληρώσει τις ρυθμίσεις του, τότε ενεργοποιήστε και το λογισμικό του συστήματος. Από το μενού εντολών «καταγραφέας» ανοίξτε το παράθυρο «πίνακας ελέγχου» και επιλέξτε τον αισθητήρα «διάστημα» στη θύρα 1 του καταγραφέα (εικόνα 4). Ρυθμίστε ώστε ο καταγραφέας να καταγράψει 2000 μετρήσεις με ρυθμό 100 μετρήσεις ανά δευτερόλεπτο (συνολικός χρόνος του πειράματος 20s).
10. Κρατήστε το αμαξίδιο ακίνητο στην αρχική του θέση. Ενεργοποιήστε το πλήκτρο «λήψη μετρήσεων», περιμένετε λίγο μέχρι να ακούσετε το χαρακτηριστικό ήχο λειτουργίας του αισθητήρα και τότε αφήστε το αμαξίδιο ελεύθερο.



Εικόνα 4

11. Στο γράφημα θέσης – χρόνου που λαμβάνετε στην οθόνη του Η/Υ, κάντε τις ακόλουθες ρυθμίσεις:
  1. Επιλέξτε με διπλό κλικ την περιοχή του γραφήματος που αντιστοιχεί στην κίνηση του αμαξιδίου κατά μήκος του πλάγιου επιπέδου και μεγεθύνάτε τη. (Μενού εντολών «προβολή», εντολή «μεγέθυνση», εικόνα 5)

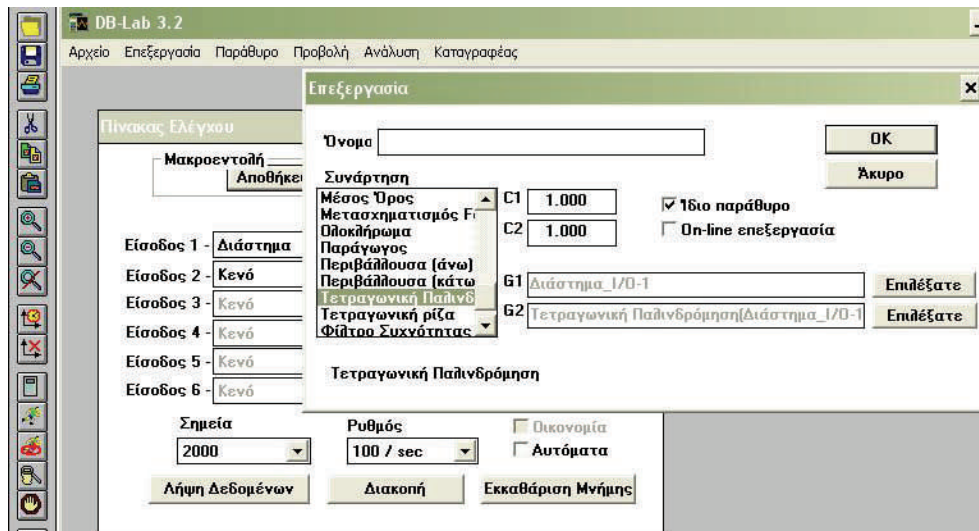


Εικόνα 5

2. Από το μενού «προβολή», επιλέξτε την εντολή «οθόνη». Ρυθμίστε τις επιλογές της οθόνης, ώστε στο γράφημα να εμφανίζονται μόνο τα πειραματικά σημεία και όχι συνεχής γραμμή.
3. Στο μενού εντολών «ανάλυση» επιλέξτε την εντολή «περισσότερα». Στο παράθυρο που



προκύπτει επιλέξτε τη συνάρτηση «τετραγωνική παλινδρόμηση». Το πρόγραμμα θα



Εικόνα 6

αναγράψει τη βέλτιστη συνάρτηση  $2^{\text{ου}}$  βαθμού που προσαρμόζεται στα πειραματικά σημεία (εικόνα 6). Από αυτήν υπολογίστε την επιτάχυνση  $a$  του αμαξιδίου. [Η επιτάχυνση ισούται με το διπλάσιο του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου της ελεύθερης μεταβλητής (χρόνου), στην εξίσωση που εμφανίζεται στο παράθυρο του γραφήματος (βλέπε εξίσωση 3, θεωρητικές επισημάνσεις)]:

$$a = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m/s}^2$$

4. Εφαρμόστε τη σχέση (1) των θεωρητικών επισημάνσεων και υπολογίστε το συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$ .

$$\mu = \underline{\hspace{2cm}}$$

12. Μοιράστε στους μαθητές φωτοτυπία του πειραματικού γραφήματος θέσης – χρόνου. Για να κερδίσετε χρόνο, μπορείτε να έχετε ετοιμάσει τις φωτοτυπίες από προηγούμενη διεξαγωγή της πειραματικής διαδικασίας με την ίδια πειραματική διάταξη. Αν διαθέτετε βίντεο-προβολέα, οι μαθητές μπορούν να καταγράψουν τα δεδομένα που απαιτούνται για τη συμπλήρωση του φύλλου εργασίας τους από την οθόνη.
13. Ζητήστε από τους μαθητές να συγκρίνουν την τιμή αυτή με την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης που υπολογίσατε στο βήμα 4 της πειραματικής διαδικασίας (βλέπε φύλλο εργασίας) και να αιτιολογήσουν τη διαφορά των δύο τιμών.

## Αναφορές

1. Alonso, Finn, Physics, Addison – Wesley p.c. 1981 (pages 113-115)
2. Μαθήματα Φυσικής Παν. Berkeley, Μηχανική τόμος 1 (Εργαστήρια Φυσικής ΕΜΠ, 1978), σελίδα 72.