ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΦΘΙΝΟΥΣΑΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΑΙΣΘΗΤΗΡΩΝ

Φύλλο εργασίας - για τον καθηγητή

Στόχοι:

Με τη βοήθεια των γραφικών παραστάσεων των ταλαντώσεων μέσω του ΣΣΛ-Α και για διαφορετικές αποσβέσεις, ο μαθητής καλείται:

- Να παρατηρήσει ότι η πραγματοποίηση αμείωτης μηχανικής ταλάντωσης, απουσία τριβών και αντιστάσεων, δεν εκπληρώνεται στην πράξη, με αποτέλεσμα οι (ελεύθερες) ταλαντώσεις να είναι φθίνουσες.
- καλείται να περιγράψει την εξέλιξη του φαινομένου
- να μετρήσει την περίοδο, και να διαπιστώσει ότι αυτή αυξάνεται με την απόσβεση
- να διαπιστώσει από τη μέτρηση των πλατών ότι ο λόγος των διαδοχικών πλατών είναι σταθερός για κάθε φθίνουσα ταλάντωση.
- να αποφανθεί από την εκθετική συνάρτηση που δείχνει τη μείωση των πλατών, ότι ο ρυθμός μείωσης τους αυξάνεται με την απόσβεση.
- Να διαπιστώσει μέσω θεωρητικού μοντέλου ότι για μεγάλες αποσβέσεις η ταλάντωση είναι απεριοδική.

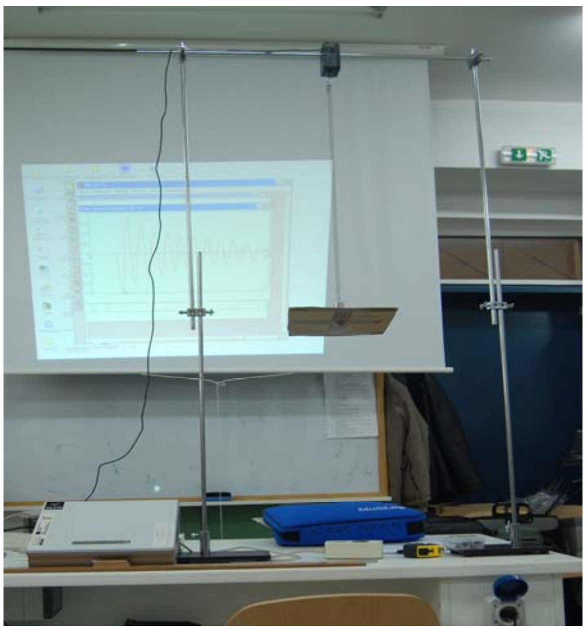
Απαραίτητα όργανα και συσκευές:	**κατάλογος οργάνων έκδοσης 2000**
1. Σύστημα Συγχρονικής Λήψης – Απεικόνισης αποτελούμενη από:	
❑ την κεντρική μονάδα(MDL)	ΛΑ.610.0
❑ τον αισθητήρα κίνησης	ΛΑ.625.0
2. ηλεκτρονικός υπολογιστής	ΛΑ 500.0
3. εκτυπωτής	ΛΑ 540.0
4. βιντεοπροβολέας	ΛΑ40Χ.0
5. βάση στήριξης	ΓΕ 010.0
6. ράβδος μεταλλική 0,80m	ΓΕ 030.3
7. ράβδος μεταλλική 0,30m	ΓΕ 030.1
8. 2 σύνδεσμοι απλοί	ΓΕ 020.0
9. ελατήριο	ΜΣ 020.0
10. κυλινδρική μάζα 100g	ΓΕ 100.3
11. λαβίδα μεταλλική απλή	ΓΕ 040.0

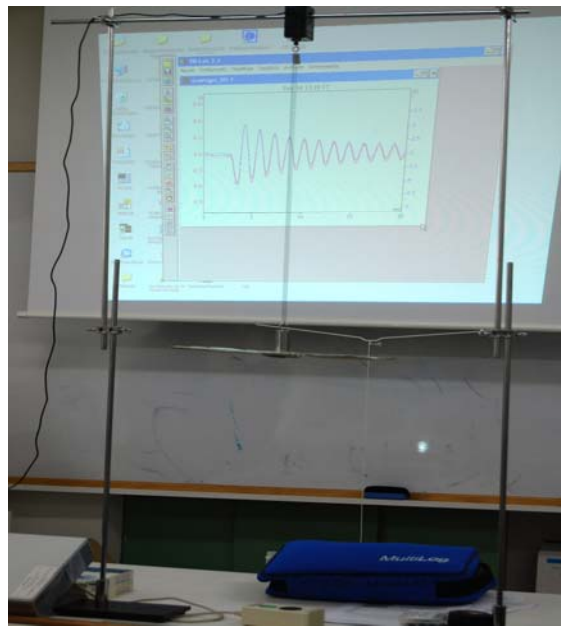
12. χαρτόνι μεταβλητής επιφάνειας για να δημιουργεί διαφορετικές αποσβέσεις. Τοποθετείται με το κέντρο βάρους του μεταξύ του κατώτατου άκρου του ελατηρίου και του κυλινδρικού βάρους. Μπορεί να χρησιμοποιηθεί το καπάκι από κουτί φωτοτυπικού χαρτιού Α4, πάνω στο οποίο προσαρμόζονται χαρτόνια όπου συρταρωτά να αυξάνουν ή να ελαττώνουν την επιφάνεια του, διατηρώντας με τον τρόπο αυτό σταθερό το βάρος του συστήματος.

Πειραματική διαδικασία:

1. Ζυγίζουμε το ταλαντούμενο σύστημα. Πραγματοποιούμε τη διάταξη της εικόνας **1** Τοποθετούμε τον αισθητήρα της απόστασης 60 cm περίπου κάτω από το επιφάνεια και τον συνδέουμε με τον υποδοχέα εισόδου I/O-1 του καταγραφέα δεδομένων – MultiLog .
2. Συνδέουμε τον MultiLog μέσω της θύρας εισόδου στον υπολογιστή, στον οποίο έχουμε ήδη εγκαταστήσει το λογισμικό DB-Lab.
3. Ανοίγουμε το MultiLog (θέση on) και ακολουθούμε την διαδικασία στην οθόνη του υπολογιστή (εικόνα **2**):

   Α) Ανοίγουμε το λογισμικό DB-Lab. Στην οθόνη επιλέγουμε το μενού «Καταγραφέας»



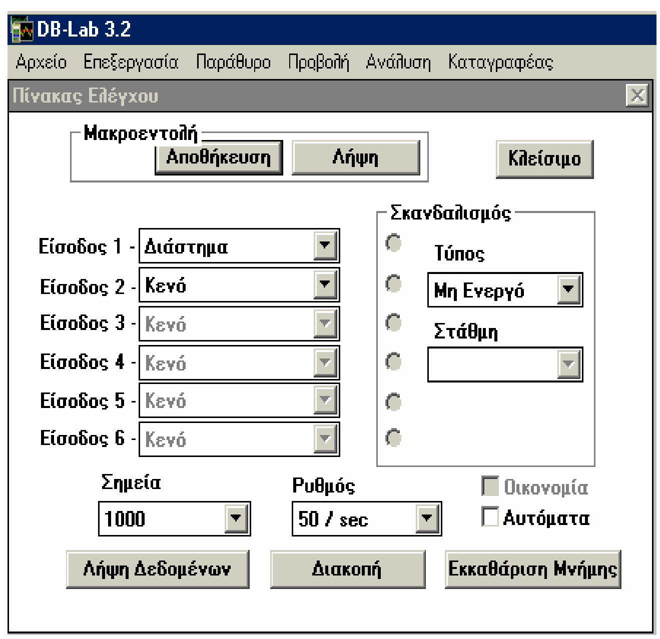


Εικόνα 1

   Β) Ανοίγουμε το παράθυρο «Πίνακας Ελέγχου» και στην «είσοδο 1» επιλέγουμε το «Διάστημα». Οι άλλες είσοδοι παραμένουν «κενές».

   Γ) Επιλέγουμε 1000 «σημεία» και «ρυθμό» 50/sec ώστε ο συνολικός χρόνος καταγραφής του φαινομένου να είναι 20 sec.

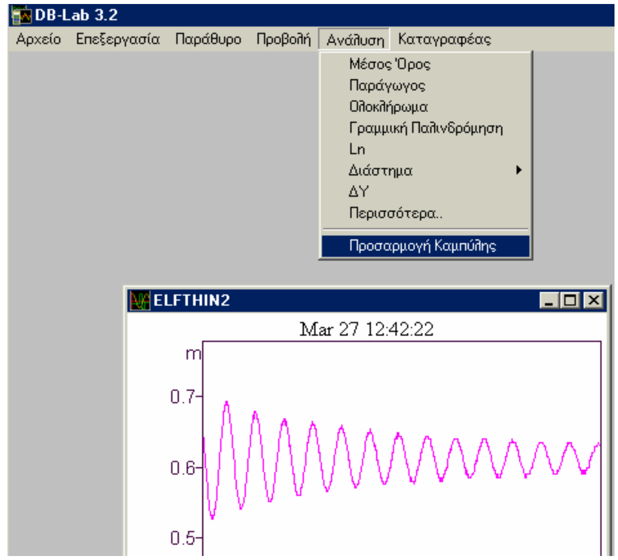
4. Με το ταλαντούμενο σύστημα στη θέση ισορροπίας ενεργοποιούμε τη «λήψη δεδομένων» και καταγράφουμε στο πίνακα Α την ακριβή απόσταση y_0 του αισθητήρα από την επιφάνεια του ταλαντωτή.



Εικόνα 2

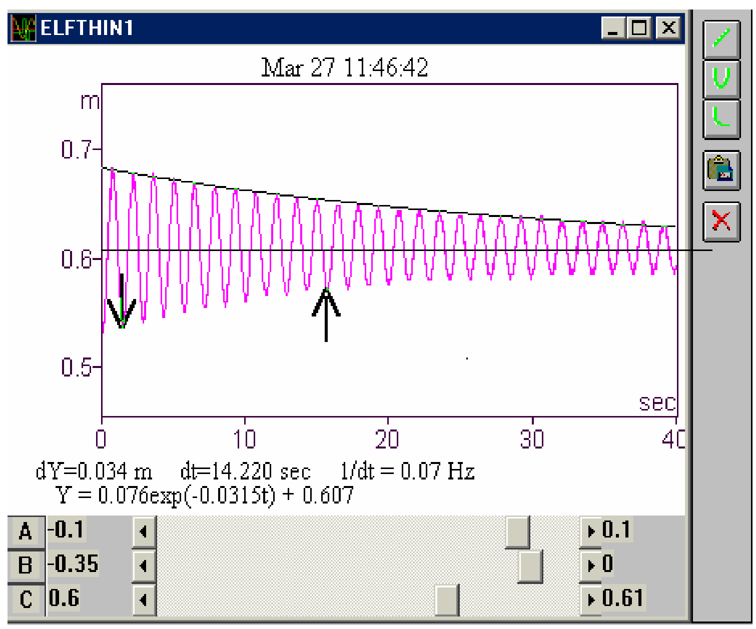
5. Θέτουμε τον ταλαντωτή σε ταλάντωση πλάτους περίπου 10cm και μετά από 1-2 ταλαντώσεις ενεργοποιούμε τη «λήψη δεδομένων». Στην οθόνη παρατηρούμε να εξελίσσεται η φθίνουσα ταλάντωση (εικόνα **3**) (DB-Lab elfthin1 και elfthin2)

6. Μετράμε την περίοδο και τα διαδοχικά μέγιστα y_1, y_2,…… y_N της ταλάντωσης. Ο καθορισμός της περιόδου γίνεται με διπλό αριστερό κλικ του ποντικιού πρώτα στην μια κορυφή της ταλάντωσης και μετά στην επόμενη διαδοχική. Ο χρόνος Δt που εμφανίζεται στο κάτω μέρος της οθόνης μετρά την περίοδο. Με διπλό κλικ επίσης σε κάθε κορυφή παίρνουμε τις τιμές των διαδοχικών μεγίστων που εμφανίζονται στο κάτω μέρος της οθόνης με την ένδειξη y.
Καταγράφουμε τις μετρήσεις στο πίνακα Α.



Εικόνα 3

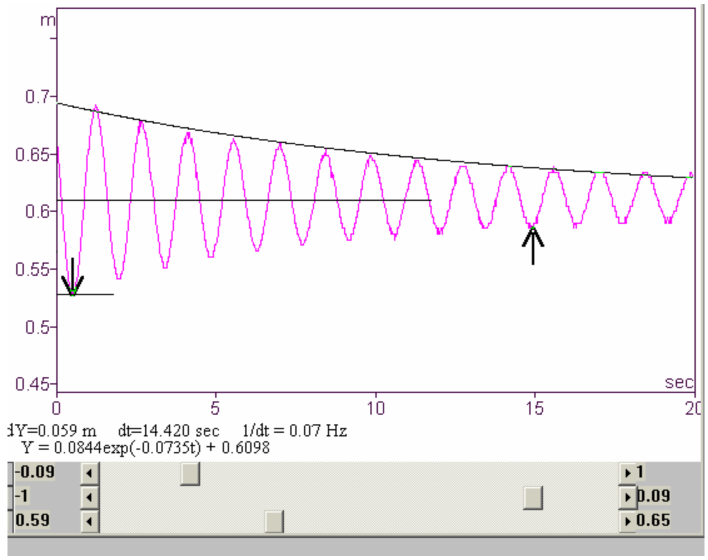
7 Για να ελέγξουμε αν η μείωση του πλάτους της φθίνουσας ταλάντωσης, είναι εκθετική ενεργοποιούμε από το μενού «ανάλυση» την εντολή «προσαρμογή καμπύλης» (εικόνα 3) και από τις τρεις επιλογές καμπυλών (εικόνα **4**) επιλέγουμε την εκθετική (την τρίτη στο πάνω δεξιό άκρο της εικόνας). Από τις παραμέτρους Α, Β, C που προσαρμόζουν την καμπύλη ως περιβάλλουσα στα πλάτη της ταλάντωσης, η C εκφράζει την παράλληλη μετατόπιση της συνάρτησης από την αρχή των αξόνων. Στη συγκεκριμένη περίπτωση παίρνει την τιμή της απόστασης του αισθητήρα από την επιφάνεια του ταλαντωτή στη θέση ισορροπίας, που μετρήσαμε στο βήμα 4,την οποία και επιλέγουμε. Η παράμετρος Α εκφράζει το αρχικό πλάτος A_0 την στιγμή t=0 το οποίο προσδιορίζουμε μετακινώντας την αντίστοιχη μπάρα. Τέλος η παράμετρος Β εκφράζει τον εκθέτη της συνάρτησης δηλαδή την σταθερά Λ.
Μετακινώντας την μπάρα Β προσαρμόζουμε τη καμπύλη στα μέγιστα όπως δείχνει η εικόνα **4**. Η εκθετική σχέση της μείωσης των πλατών παίρνει την τελική της μορφή στο κάτω μέρος της εικόνας. Αποθηκεύουμε την γραφική παράσταση, για μελλοντική χρήση



Εικόνα 4

8 Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία, αυξάνοντας την επιφάνεια ώστε να αυξηθούν και οι αποσβέσεις (βήματα από 4 ως 7).Καταχωρούμε την περίοδο και τα διαδοχικά μέγιστα της νέας ταλάντωσης στον πίνακα Α

Οι εικόνες **4** και **5** δείχνουν τις δύο φθίνουσες ταλαντώσεις με διαφορετικές αποσβέσεις. Από τις σχέσεις τους προκύπτει ότι $Λ_1$=0,032 και $Λ_2$=0,074 δηλαδή αύξηση των αποσβέσεων αυξάνει τον ρυθμό μείωσης του πλάτους.Τα βέλη δείχνουν το χρόνο των 10 περιόδων, dt_1=14,22 s και dt_2=14,42s, συνεπώς οι περίοδοι τους είναι T_1=1,42 s και T_2=1.44 s.



Εικόνα 5

Άρα η αύξηση των αποσβέσεων αυξάνει την περίοδο της ταλάντωσης.

Επεξεργασία των μετρήσεων

Έχουμε ήδη μεταφέρει στον πίνακα Α την απόσταση y_0 του αισθητήρα από την επιφάνεια του ταλαντωτή (από το βήμα 4), την περίοδο και τα διαδοχικά μέγιστα y_1, y_2,…… y_N της ταλάντωσης (από το βήμα 6).

1. Στη $3^η$ στήλη του πίνακα υπολογίζουμε τα διαδοχικά πλάτη A_1, A_2,…A_N
2. Στη $4^η$ στήλη υπολογίζουμε τους λόγους **κ** των διαδοχικών πλατών A_1/A_2, A_2/A_3, … A_N/A_{N+1}. Από τα αποτελέσματα ελέγχουμε αν ο λόγος τους **κ** παραμένει σταθερός (μέχρι το πρώτο δεκαδικό ψηφίο).
3. Αν ισχύει ότι Λ=b/2m όπου b η σταθερά απόσβεσης της ταλάντωσης και m η μάζα του ταλαντούμενου συστήματος, υπολογίζουμε την b για κάθε ταλάντωση και συγκρίνουμε τις αποσβέσεις.

ΠΙΝΑΚΑΣ Α

Μάζα ταλαντωτή:m=…………kg **Σταθερά ελατηρίου:k=…………N/m**				
	Θέση ισορροπίας	**Θέσεις κορυφών y_N**	**Πλάτη $A_N=y_N-y_0$**	**Λόγος διαδοχικών πλατών $κ=A_N/A_{N+1}$**
$1^Η$ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ	**y_0=**	**y_1=**	**A_1=**	
		y_2=	**A_2=**	**A_1/A_2=**
	Περίοδος	**y_3=**	**A_3=**	**A_2/A_3=**
	T_1=	**y_4=**	**A_4=**	**A_3/A_4=**
		y_5=	**A_5=**	**A_4/A_5=**
		y_6=	**A_6=**	**A_5/A_6=**
	Απόσβεση	**y_7=**	**A_7=**	**A_6/A_7=**
	b_1=	**y_8=**	**A_8=**	**A_7/A_8=**

2^{H} ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ	y_0=	y_1=	A_1=	
	Περίοδος	y_2=	A_2=	A_1/A_2=
	T_2=	y_3=	A_3=	A_2/A_3=
		y_4=	A_4=	A_3/A_4=
		y_5=	A_5=	A_4/A_5=
		y_6=	A_6=	A_5/A_6=
	Απόσβεση	y_7=	A_7=	A_6/A_7=
	b_2=	y_8=	A_8=	A_7/A_8=

Σύγκριση του πειραματικού με το θεωρητικό μοντέλο σε περιβάλλον Modellus

Η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση ενός ταλαντούμενου σώματος δεν υπακούει πάντα στη σχέση F=-bυ. Αν υπακούει σε αυτή τη σχέση ισχύουν όσα αναφέρονται στο βιβλίο του μαθητή για τη μείωση του πλάτους συνεπώς μπορούμε να γράψουμε

$$\Sigma F = -Dx - b\upsilon = ma \quad ή \quad -Dx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

Λύση της διαφορικής εξίσωσης είναι η $x = Ae^{-\frac{b}{2m}t}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \theta)$ *(1)*

όπου $$\omega = \sqrt{\frac{D}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \qquad (2)$$

Από την (1) φαίνεται ότι το πλάτος άρα και η ενέργεια της ταλάντωσης, μειώνεται εκθετικά. Ο ρυθμός με τον οποίο μειώνεται το πλάτος της ταλάντωσης - και κατά συνέπεια και η ενέργεια του συστήματος - μεγαλώνει όταν αυξάνεται τιμή του b.
Από τη σχέση (2) φαίνεται ότι όταν αυξάνεται το b η περίοδος της ταλάντωσης αυξάνεται και όταν πάρει την τιμή $b = 2m\sqrt{\frac{D}{m}}$ *θα είναι* $\omega = 0$. *Στην περίπτωση αυτή, το σύστημα δεν ταλαντώνεται. Απλώς επανέρχεται αργά στη θέση ισορροπίας όπου και σταματά (κρίσιμη απόσβεση).*

Το μοντέλο αυτό επεξεργαζόμαστε σε περιβάλλον Modelllus εισάγοντας τις τιμές της μάζας **m** του σώματος, της σταθεράς του ελατηρίου **κ** της επιτάχυνσης της βαρύτητας **g** και της απόσβεσης **b** που υπολογίστηκε πειραματικά. Στο πλαίσιο του μοντέλου εισάγουμε τις πειραματικές καμπύλες από το DB-Lab πάνω δε στους άξονες τους και υπό την ίδια κλίμακα αναπτύσσουμε το θεωρητικό μοντέλο. Παρατηρούμε την ταύτιση θεωρητικής –πειραματικής στις πρώτες 7-8 ταλαντώσεις και την απόκλιση τους στις επόμενες. Οι μαθητές συνάγουν συμπεράσματα.

Μπορούμε να μελετήσουμε τη θεωρητική ταλάντωση για μεγάλες αποσβέσεις μεταβάλλοντας την τιμή του b.